

文章编号: 1000-8055(2003)01-0151-07

转速和不平衡质量对齿轮拍击振动的影响

张锁怀, 沈允文, 董海军, 刘梦军
(西北工业大学 机械系, 陕西 西安 710072)

摘要: 在考虑转速波动、不平衡质量及齿侧间隙等因素的情况下, 建立了单级齿轮系统的拍击振动模型, 其动力学方程式表示了一个多维映射系统。数值仿真结果表明, 齿轮拍击振动时, 在不同的激励因素及激励幅值下, 将表现出不同的拍击特征, 如: 1 周期、多周期及准周期拍击特征; 转速波动引起的拍击振动规律不同于不平衡质量引起的拍击振动规律; 其共同激励引起的拍击规律不同于这两个因素分别激励所引起的拍击振动的叠加; 因此, 必须同时考虑这两个因素对齿轮系统拍击振动的影响, 才能较正确地揭示该系统的拍击振动特性。

关键词: 航空、航天推进系统; 拍击; 转速波动; 不平衡质量; 时间历程

中图分类号: TH113.1; TH132.41

文献标识码: A

The Influence of Speed and Mass Unbalance on Dynamic Characteristics of a Gear-Rattling System

ZHANG Suo-huai, SHEN Yun-wen, DONG Hai-jun, LIU Meng-jun
(Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The rattling model of a one-stage gear system was established, in which mass unbalance, speed fluctuation of driving shaft and backlash of the gear pair were considered. Its governing equations represent a mapping system. By means of numerical simulation, three rattling conditions were researched: (1) speed fluctuation exists only; (2) mass unbalance exists only; (3) both coexist. According to the calculation results, at different inspiring factors and amplitudes, there are different rattling dynamic characteristics, for example, one period, multiple period and quasi-period. The rattling resulting from speed fluctuation is different from that resulting from mass unbalance. The rattling characteristics resulting from both simultaneously are different from overlapped characteristics resulting from both individually. It is more reasonable that the factors of speed and mass unbalance are taken together to investigate the rattling dynamics of a gear system.

Key words: aerospace propulsion; rattling; speed fluctuation; mass unbalance; time history

1 前言

减小、控制齿轮系统的拍击振动, 一直是人们

努力解决的问题。研究齿轮拍击振动问题始于拍击门槛值理论^[1~3]和汽车齿轮箱的降噪问题^[2, 4, 5], 所考虑的非线性因素主要是齿侧间隙和

收稿日期: 2001-12-10; 修订日期: 2002-04-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50075070)

作者简介: 张锁怀(1962-), 男, 陕西宝鸡人, 西北工业大学机械系教授, 博士后, 主要从事转子动力学、齿轮系统动力学及轻工机械研究

离合器间隙,并对间隙做分段线性处理,最后用于分析计算的模型一般是只考虑扭转激励的单自由度系统。1995年,Pfeiffer F 研究了随机性拍击模型^[6]。近年来,Feng Q^[7]、冯奇^[8]及温建明^[9]分别建立了单级、二级齿轮传动系统的随机调幅拍击模型,认为由于齿面误差等因素的影响,齿侧间隙的大小是变化的,并符合正态分布。文献[10]在研究轴承—转子系统的动力学问题时发现,在一定条件下,齿轮的不平衡质量会导致齿轮脱齿,从而产生拍击振动。

本文的目的是,在考虑不平衡质量、主动轴转速波动及齿侧间隙等因素的情况下,建立单级齿轮系统的拍击振动模型,研究转速波动、不平衡质量对齿轮拍击振动的影响。

2 拍击振动模型

如图 1 所示,为单级齿轮传动系统拍击振动模型的简图。两齿轮分别安装在两端刚支的弹性轴的中间。当齿轮啮合线方向设定为 x 方向时,系统沿 y 方向的振动与 x 方向及扭转方向的振动可以解耦,因此,只需要研究系统沿 x 方向及扭转方向的运动规律。

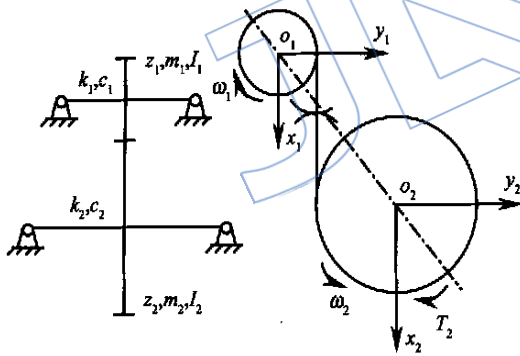


图 1 单级齿轮传动系统拍击模型

Fig 1 Rattling model of one-stage gear system

根据齿轮之间的相互关系,分别有正常啮合、齿背啮合、脱齿、齿面碰撞及齿背碰撞状态,不同状态下,系统的运动形式是不一样的,下面将分别给出不同运动状态下的运动方程式。

设:

$$u_1 = r_{b2}\varphi_2 - r_{b1}\varphi_1$$

则齿轮啮合时的轮齿变形量可表示为:

$$S_{12} = u_1 + x_2 - x_1$$

齿轮之间的五种状态可表示为:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} < 0 & \quad \text{齿面啮合} \\ S_{12} = 0 & \quad \text{齿面碰撞} \\ 0 < S_{12} < c_n & \quad \text{脱齿} \\ S_{12} = c_n & \quad \text{齿背碰撞} \\ S_{12} > c_n & \quad \text{齿背啮合} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

2.1 脱齿状态下的运动方程

假设主动轴的转速大小及其波动仅取决于驱动力,则脱齿状态下的运动方程式为:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 &= m_1 e_1 \omega^2 \cos \omega t \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 &= m_2 e_2 \left(\frac{z_1}{z_2} \omega \right)^2 \cos \left(\frac{z_1}{z_2} \omega t + \Delta\theta \right) \\ I_2 \ddot{u}_1 + c_{\theta 2} \dot{u}_1 + r_{b1} c_{\theta 2} \omega + r_{b2} T_2 &= \\ &= I_2 r_{b1} \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n \sin n \omega t - \\ &= r_{b1} c_{\theta 2} \omega \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \cos n \omega t \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

以上各式中:

x_1, x_2 ——齿轮中心位移;

φ_1, φ_2 ——齿轮角位移;

m_1, m_2 ——包括传动轴在内的齿轮质量;

z_1, z_2 ——齿轮齿数;

I_1, I_2 ——齿轮极转动惯量;

k_1, k_2 ——包括轴承刚度在内的传动轴抗弯刚度;

c_1, c_2 ——包括轴承阻尼在内的传动轴弯曲阻尼;

$c_{\theta 1}, c_{\theta 2}$ ——包括轴承阻尼在内的传动轴回转阻尼;

ω, ω_2 ——主、从动齿轮的角速度;

ω ——主动轴名义角速度;

r_{b1}, r_{b2} ——齿轮基圆半径;

e_1, e_2 ——齿轮的质心偏心距离;

T_2 ——施加于从动轴上的阻力矩;

$\Delta\theta$ ——齿轮质量偏心的相位差;

c_n ——齿侧间隙;

$E_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n \omega t$ ——齿轮角位移或转速波动。

2.2 碰撞状态下的运动方程

设碰撞恢复系数为 ϵ , 根据碰撞定律、动量守恒定理和动量矩定理, 可得:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1^+ + m_2 \ddot{x}_2^+ &= m_1 \ddot{x}_1^- + m_2 \ddot{x}_2^- \\ m_2 \ddot{x}_2^+ - \frac{I_2}{r_{b2}} \ddot{\varphi}_2^+ &= m_2 \ddot{x}_2^- - \frac{I_2}{r_{b2}} \ddot{\varphi}_2^- \\ \ddot{x}_2^+ - \ddot{x}_1^+ + r_{b2} \cdot \ddot{\varphi}_2^+ &= r_{b1} \omega (1 + \epsilon) + \\ &\quad \epsilon (\ddot{x}_1^- - \ddot{x}_2^- - r_{b2} \ddot{\varphi}_2^-) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中:“-”表示碰撞前,“+”表示碰撞后。

2.3 啮合状态下的运动方程

当 $s_{12} < 0$, 齿轮处于正常啮合状态时, 其动力学方程式为:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + F_{x1} &= \\ &\quad m_1 e_1 \omega^2 \cos \omega t \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - F_{x1} &= \\ m_2 e_2 \left(\frac{z_1}{z_2} \omega \right)^2 \cos \left(\frac{z_1}{z_2} \omega t + \Delta \theta \right) &= \\ I_2 \ddot{u}_1 + c_{\theta} \dot{u}_1 - F_{x1} \cdot r_{b2}^2 &= \\ - r_{b2} T_2 - I_2 r_{b1} \ddot{\varphi}_1 - c_{\theta} r_{b1} \dot{\varphi}_1 & \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$F_{x1} = - (s_{12} k_g + c_g s_{12}) \quad (5)$$

同理, 当 $s_{12} > c_n$ 齿背啮合时, 用 F_{x2} 代替 F_{x1} 就可得到其动力学方程式, F_{x2} 的表达式为:

$$F_{x2} = (s_{12} - c_n) k_g + c_g s_{12} \quad (6)$$

式中:

k_g ——

齿轮的啮合刚度;

c_g ——

齿轮的啮合阻尼。 k_g, c_g 可根据文献 [11] 计算。对上述方程进行无量纲化处理, 就可进行拍击振动分析。

3 方程求解

引入状态向量:

$$y = [x_1 \ x_2 \ u_1 \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{u}_1]^T$$

可将碰撞前后的系统方程写成状态方程形式:

$$\dot{y}^+ = A y^- \quad (7)$$

设 $t = t_k$ 时刻为第 k 次碰撞, $t = t_k + \Delta t_k$ 时刻为第 $k + 1$ 次碰撞, 由 (7) 式可得:

$$y_k^+ = A y_k^- , \quad y_{k+1}^+ = A y_{k+1}^- \quad (8)$$

式 (8) 实际上是一种映射关系, 反映了相邻两次碰撞之间, 系统的状态关系。根据啮合运动方程式 (4), 求得系统脱齿时的位移、速度和时间, 代入脱齿状态下的运动方程式 (2), 经过迭代计算, 可求出第一次碰撞时的位移、速度及碰撞的时刻; 通过式 (8) 可得到任意第 k 次碰撞前的状态向量 $\bar{y}_k$ 。

4 数值计算

4.1 系统参数

计算所用参数如表 1 所列, 无量纲化处理时, 长度采用主动齿轮的基圆半径, 角速度采用主动轴的名义角速度。主动轴转速为 $n_1 = 8000 \text{ r/min}$ 。在以下各图中, 小黑点表示碰撞点, 细实线仅用于将先后两次碰撞点联系起来, 便于观察、分析。图中的计算结果以无量纲的形式给出。表 1 中的齿侧间隙、齿轮的质量偏心距为无量纲值。

表 1 系统参数
Table 1 Parameters of the system

参 数	数 值	参 数	数 值
齿轮齿数 z_1	23	转动惯量 $I_1/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	6.9013×10^{-5}
齿轮齿数 z_2	121	转动惯量 $I_2/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	5.2864×10^{-2}
碰撞系数 ϵ	0.7	刚度 $k_1/(\text{kg/m})$	1.5643×10^7
基圆半径 r_{b1}/m	0.0216	刚度 $k_2/(\text{kg/m})$	4.9440×10^7
基圆半径 r_{b2}/m	0.1137	刚度 $k_g/(\text{kg/m})$	1.2837×10^9
质量 m_1/kg	0.2609	齿侧间隙 $\bar{c}_n$	9.2537×10^{-4}
质量 m_2/kg	7.2214	阻力矩 $T_2/(\text{N} \cdot \text{m})$	5.7744
阻尼 $c_1, c_2/(\text{N} \cdot \text{s/m})$	0.01	啮合阻尼 $c_g/(\text{N} \cdot \text{s/m})$	1797.9
阻尼 $c_{\theta}, c_{\phi}/(\text{N} \cdot \text{s/m})$	0.01	相位差 $\Delta \theta$	0
角位移波动	0.001	齿轮质量偏	0.0046
幅值 a_1	0.002	心距 $\bar{e}_1$	0.0092

4 2 转速的影响

图 2(a), (b), (c) 是输入轴角位移波动幅值为 0.001 时, 齿轮系统拍击的时间历程, 图(d) 是齿轮碰撞时, 齿轮轮齿的变形量(表示了齿轮之间的相对位置)。按照式(1)定义, $s_{12} = 0$ 时, 齿轮才发生碰撞, 但在实际分析计算时, 很难找到 $s_{12} = 0$ 这一状态, 只能假设 $0 < s_{12} < 10^{-7}$ 时, 近似认为 $s_{12} = 0$, 以减少计算时间。图 3(a), (b), (c) 是对应坐标方向上的相图, 图(d) 是对应的碰撞速度。

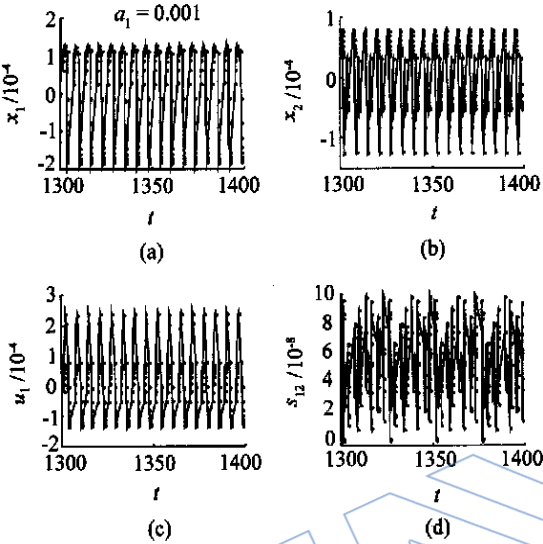


图 2 拍击时的位移及变形量

Fig. 2 Displacement and deformation

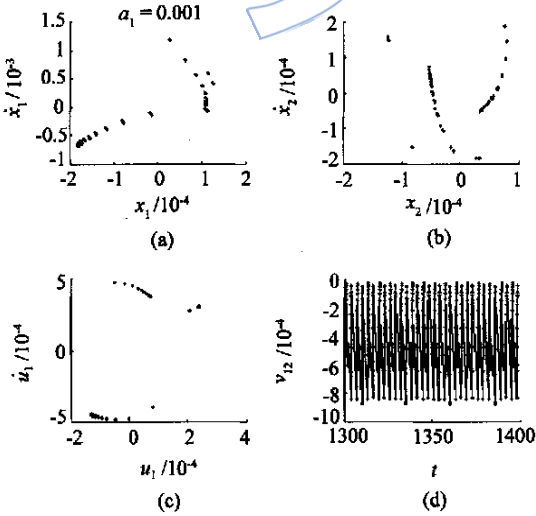


图 3 拍击时的相图及碰撞速度

Fig. 3 Phase plot and impact speed

根据图 2(d), $s_{12} < C_n$ (C_n 为齿侧间隙, 其值见表 1), 根据图 3(d), $v_{12} < 0$, 所以, 拍击时只存在

齿面碰撞, 而无齿背碰撞。

由图 2 和图 3 可以看出, 在齿轮拍击过程中, 存在着正常啮合、脱齿及齿面碰撞等状态, 从轮齿脱啮, 第一次碰撞开始, 以后各次的碰撞时间、碰撞速度、碰撞时系统的状态均是不同的。在一定条件下, 经过一段时间的碰撞后, 齿轮将重新进入啮合状态, 再经过一段时间后, 又产生脱齿, 新一轮的碰撞又开始了。为了分析问题方便, 把上述这一周期性的过程, 定义为一个拍击周期。

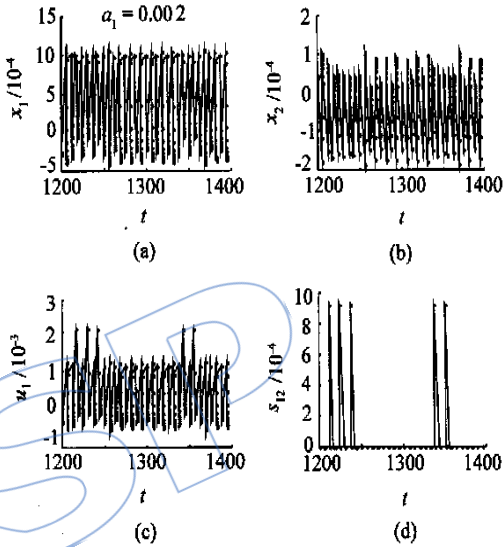


图 4 拍击时的位移及变形量

Fig. 4 Displacement and deformation

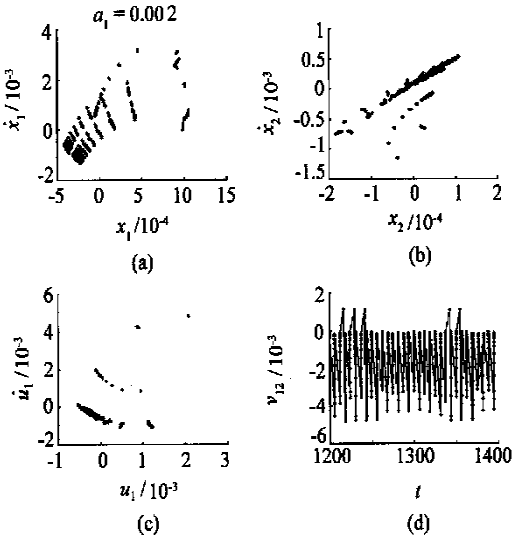


图 5 拍击时的相图及碰撞速度

Fig. 5 Phase plot and impact speed

根据图 2 的时间历程和图 3 的相图, 齿轮系统拍击时, 具有明显的 2 周期特征。当输入轴角位

移波动幅值增加到 0.002 时, 齿轮系统拍击时的时间历程、相图、齿轮相对位置及碰撞速度如图 4 和图 5 所示。图 4(d) 中, 在某些碰撞点处, $s_{12} \approx c_n$, 对应的碰撞速度 $v_{12} > 0$, 所以, 不但有齿面碰撞, 而且也出现了齿背碰撞, 这是由于速度激励增大的缘故。另外, 系统拍击时, 表现出了多周期特征。比较图 3(d) 和图 5(d), 速度激励增大时, 碰撞速度明显增大, 必然导致噪音增大, 这是由于激励增加, 导致齿背碰撞, 使齿面碰撞速度增加的缘故。

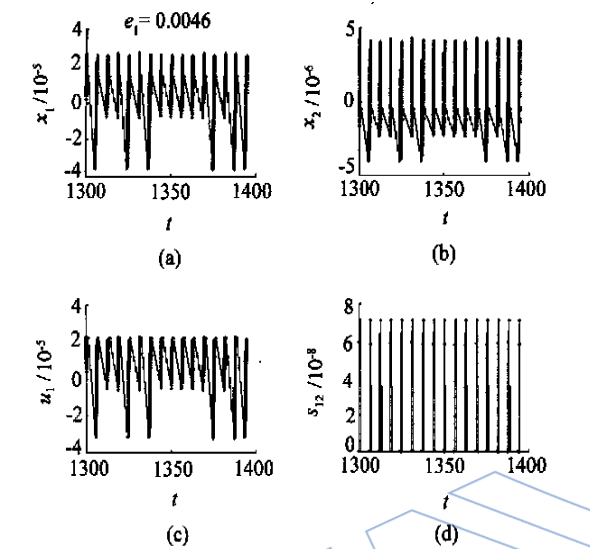


图 6 拍击时的位移及变形量
Fig. 6 Displacement and deformation

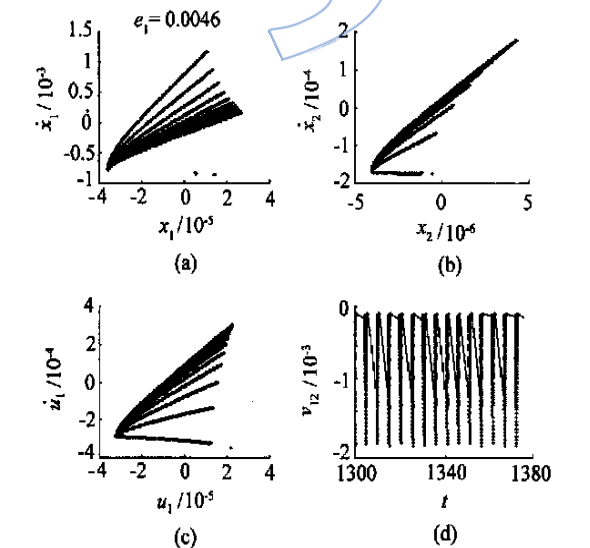


图 7 拍击时的相图及碰撞速度
Fig. 7 Phase plot and impact speed

4 3 不平衡质量的影响

当主动轴上的不平衡质量偏心距为 0.0046

时, 齿轮系统拍击的时间历程、相图、齿轮相对位置及碰撞速度如图 6 和图 7 所示, 可以看出, 不平衡质量激励引起的拍击运动规律明显不同于转速波动引起的拍击运动规律, 但还是表现出了多周期拍击特征, 每隔一定的时间, 重复前一次的拍击过程。

当主动轴上的不平衡质量偏心距增加到 0.0092 时, 齿轮系统拍击的时间历程、相图、齿轮的相对位置及碰撞速度如图 8 和图 9 所示, 与偏心距 0.0046 时相比, 拍击规律略有变化, 碰撞速

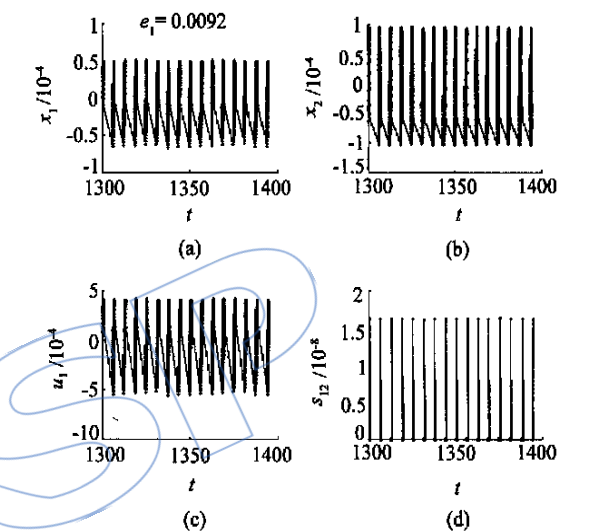


图 8 拍击时的位移及变形量
Fig. 8 Displacement and deformation

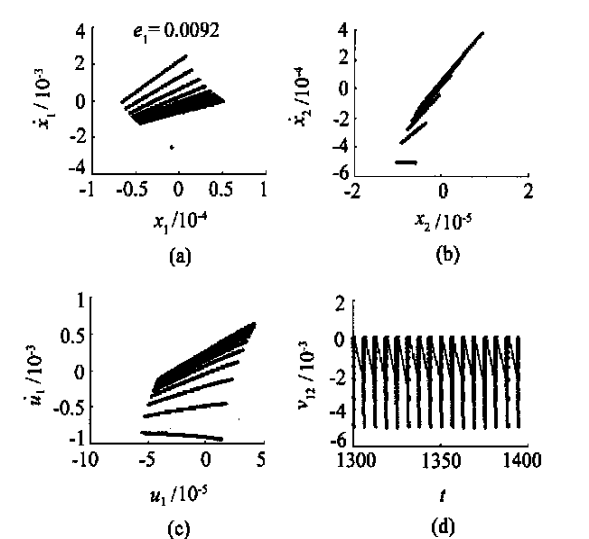


图 9 拍击时的相图及碰撞速度
Fig. 9 Phase plot and impact speed

度增加了 1.5 倍左右, 而不是象激励幅值那样只

增加 1 倍。

比较图 7 和图 9 中的相图可知, 不平衡质量增加后, 齿面碰撞时, 对应每一坐标方向上的位移、速度范围也增大了, 这是由于不平衡质量激励增大时, 向系统输入的能量增加, 使系统的振动能量、振幅增加的缘故。

4.4 转速和不平衡质量的共同影响

图 10 和图 11 是主动轴转速波动幅值为 0.001、主动轴上的不平衡质量偏心距为 0.0046 时, 齿轮系统拍击的时间历程、相图、齿轮的相对

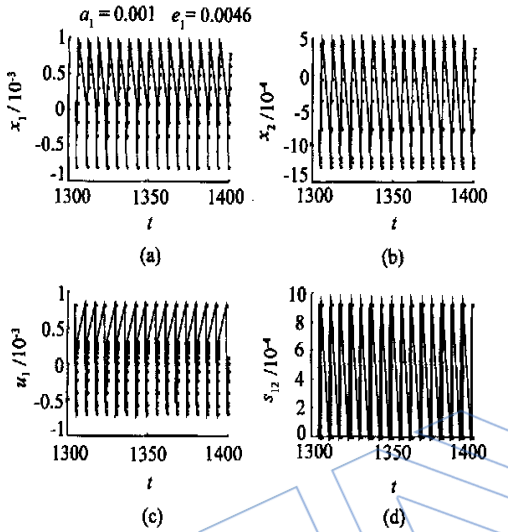


图 10 拍击时的位移及变形量

Fig. 10 Displacement and deformation

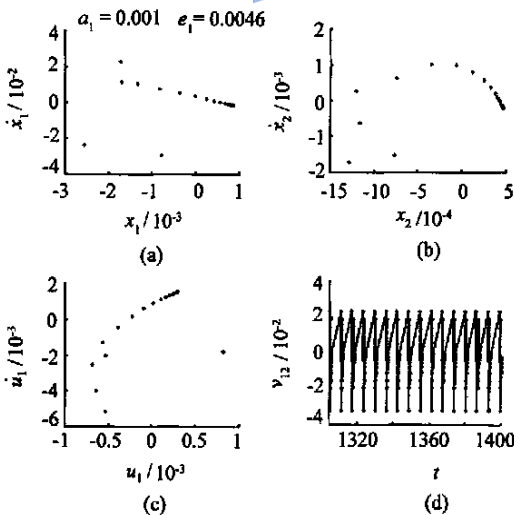


图 11 拍击时的相图及碰撞速度

Fig. 11 Phase plot and impact speed

位置及碰撞速度, 此时, 系统不但存在齿面碰撞,

而且也存在齿背碰撞, 碰撞速度大大增加, 系统不再是多周期拍击特征, 而表现出了 1 周期拍击特征。在相图中, 能明显观察到, 在一个拍击周期中, 碰撞衰减的过程, 即除齿背碰撞外, 齿面碰撞的速度愈来愈小, 因而, 相邻两次碰撞的时间间隔愈来愈短, 最后进入正常啮合状态。经过一段时间后, 齿轮脱啮, 开始新的拍击过程。

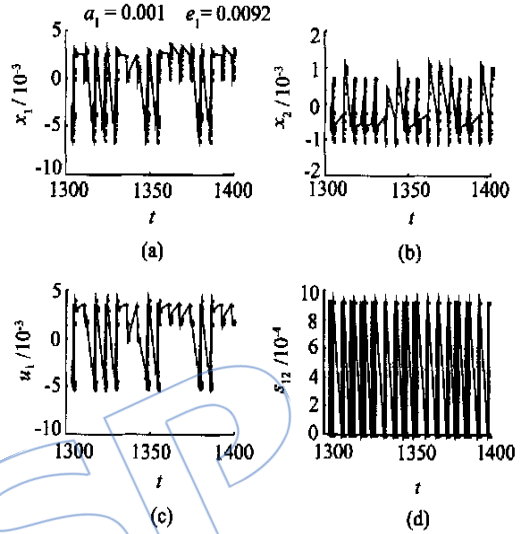


图 12 拍击时的位移及变形量

Fig. 12 Displacement and deformation

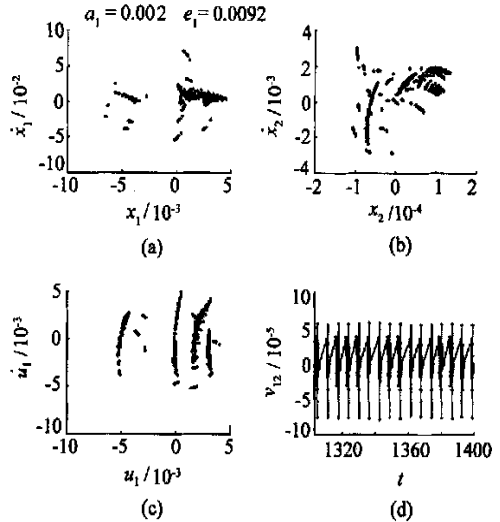


图 13 拍击时的相图及碰撞速度

Fig. 13 Phase plot and impact speed

当转速波动幅值增加到 0.002, 质量偏心距增加到 0.0092 时, 齿轮系统拍击的时间历程、相图、齿轮的相对位置及碰撞速度如图 12 和图 13 所示, 根据图 12(d) 和图 13(d) 来看, 齿背碰撞的

次数增多了,碰撞速度也增加了。根据相图和时间历程,拍击过程不再是 1 周期或多周期特征,而是表现出了准周期甚至混沌拍击特征,因此,转速波动和不平衡质量激励共同引起的拍击运动,不是各自单独激励引起的拍击运动过程的简单叠加,而是具有独特的运动规律,这是由于齿轮拍击系统的非线性特征所决定的。

由此可知,研究齿轮系统的拍击运动规律时,只考虑转速(或扭矩)的波动,或只考虑不平衡质量的激励,是不够全面的,不能正确揭示一个实际系统的拍击运动规律,必须将它们结合起来,一起研究。

5 结 论

(1) 齿轮拍击振动时,在不同的激励因素及激励幅值下,将表现出不同的拍击特征,如: 1 周期、多周期及准周期拍击特征。

(2) 转速波动激励引起的拍击振动规律不同于不平衡质量激励引起的拍击振动规律。

(3) 转速与不平衡质量共同激励引起的拍击振动,不同于这两个因素分别激励引起的拍击振动的简单叠加。

(4) 必须同时考虑转速和不平衡质量激励对齿轮系统拍击振动的影响,才能较正确地揭示齿轮系统的拍击振动规律。

参考文献

[1] Seaman R L, Johnson C E, Hamilton R F. Component Iner-

tial Effects on Transmission Design [R]. SAE Paper 841686, 1984

[2] Singh R, Xie H, Comparin R J. A Analysis of Automotive Neutral Gear Rattle[J]. Journal of Sound and Vibration, 1989, 131(2): 177- 196

[3] Szadkowski A. Mathematical Modal and Computer Simulation of Idle Gear Rattle[R]. SAE Paper 910641, 1991

[4] Comparin R J, Singh R. An Analytical Study of Automotive Neutral Gear rattle[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1990, 112(6): 237- 245

[5] Karagiannis K, Pfeiffer F. Theoretical and Experimental Investigations of Gear-Rattling [J]. Nonlinear Dynamics, 1991, (2): 367- 387

[6] Pfeiffer F, Kunert A. Rattling Models from Deterministic to Stochastic Processes[J]. Nonlinear Dynamics, 1990, (1): 63 - 74

[7] Feng Q, Pfeiffer F. Stochastic Model on a Rattling System [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 215(3): 439- 452

[8] 冯奇. 随机调幅 Rattling 系统建模[J]. 应用数学和力学, 1999, 20(1): 85- 92

[9] 温建明, 冯奇. 随机调幅 Rattling 振动系统的二级传动模型[J]. 振动工程学报, 2000, 13(3): 353- 360

[10] 张锁怀, 李忆平, 丘大谋. 齿轮耦合的转子—轴承系统非线性动力特性的研究[J]. 机械工程学报, 2001, 37(9): 53- 57.

[11] Cai Y. Simulation on the Rotational Vibration of Helical Gears in Consideration of the Tooth Separation Phenomenon (A New Stiffness Function of Helical Involute Tooth Pair) [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1995, 117(9): 460- 468